

# Lösungen Stochastik '09

## Aufgabe 1:

a) Das Skatblatt wird in 4 „Portionen“ aufgeteilt.

Drei Portionen zu je 10 Karten und 1 zu 2 Karten

Die Portionen sind beliebig miteinander kombinierbar:

$$\binom{32}{10} \cdot \binom{22}{10} \cdot \binom{12}{10} \cdot \binom{2}{2} = 2,7533 \cdot 10^{15}$$

↙  
 Spieler 1  
 erhält 10  
 aus 32 ohne  
 Beachtung der  
 Reihenfolge

↘  
 Spieler 2 erhält  
 aus den restlichen  
 22 wiederum 10  
 6 aus dem  
 28 restlichen

↗ Die letzten 2 Karten  
 bilden den Skat.  
 Hier gibt es keine  
 Wahl mehr  $\Rightarrow \binom{2}{2} = 1$   
 alle 4 Asses

b)  $P = \frac{\text{„günstig“}}{\text{möglich}} = \frac{\binom{28}{6} \binom{4}{4}}{\binom{32}{10}} = 5,84 \cdot 10^{-3}$

↙ mögliche Skatblätter

entsprechend alle Herzkarten

$$P = \frac{\binom{8}{8} \binom{24}{2}}{\binom{32}{10}} = 4,28 \cdot 10^{-6}$$

mindestens 2 Buben

$$P = \frac{\binom{4}{2} \binom{28}{8} + \binom{4}{3} \binom{28}{7} + \binom{4}{4} \binom{28}{6}}{\binom{32}{10}}$$

min. Bube & Herz Ass

$$P = \frac{\binom{16}{10}}{\binom{32}{10}} \quad \text{und des Herz Ass} \quad \frac{\binom{1}{1} \cdot \binom{31}{9}}{\binom{32}{10}} = P$$

c) In wievielen Blättern gibt es mindestens 1 Ass?

$$\Rightarrow \binom{4}{1} \binom{28}{9} + \binom{4}{2} \binom{28}{8} + \binom{4}{3} \binom{28}{7} + \binom{4}{4} \binom{28}{6} = M$$

In wievielen Blättern gibt es mindestens 2 Ass?

$$\binom{4}{2} \binom{28}{8} + \binom{4}{3} \binom{28}{7} + \binom{4}{4} \binom{28}{6} = G$$

$$\Rightarrow P = \frac{G}{M} = \frac{23761530}{51389130} = 46,2\%$$

d) In wievielen Blättern gibt es das Herz-Ass?

$$\binom{1}{1} \cdot \binom{31}{9} = 20160075$$

In wievielen Blättern gibt es ein weiteres Ass

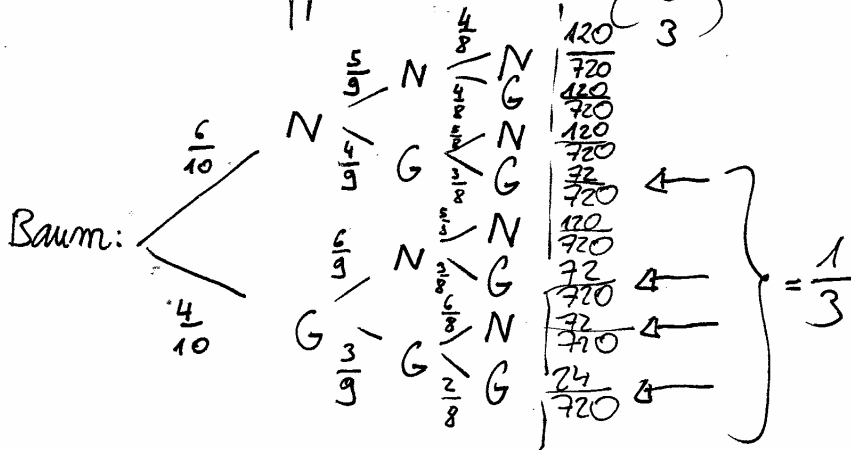
$$\binom{1}{1} \cdot \binom{3}{1} \cdot \binom{28}{8} + \binom{1}{1} \cdot \binom{3}{2} \binom{28}{7} + \binom{1}{1} \binom{3}{3} \binom{28}{6}$$

$$= 13253175$$

$$\Rightarrow P = \frac{\text{günstig}}{\text{möglich}} = 65,7\%$$

Aufgabe 2:

Binomialkoeffizient:  $P = \frac{\binom{4}{2} \cdot \binom{6}{1} + \binom{4}{3} \binom{6}{0}}{\binom{10}{3}} = \frac{1}{3}$



Aufgabe 3:  $B \hat{=} \text{Alarm}$ ;  $F \hat{=} \text{Fehlalarm}$

	$A$	$\bar{A}$	
$F$	0,95 · 0,001	0,05 · 0,001	0,001
$\bar{F}$	0,999 · 0,01	0,999 · 0,99	0,999

a) Gesucht wird:  $P_A(F) = \frac{P(A \cap F)}{P(A)} = \underline{8,6\%}$

b)  $P(\bar{A}) = 0,98906 \Rightarrow 365 \text{ d} \cdot 0,98906 = \underline{361 \text{ d}}$

Aufgabe 4:  $A \Rightarrow A \text{ ist anwesend}$ ;  $B \Rightarrow B \text{ ist anwesend}$

	$A$	$\bar{A}$	
$B$	0,4	0,1	$\frac{1}{2}$
$\bar{B}$	0,267	0,233	$\frac{1}{2}$
	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	

1)  $P_{\bar{B}}(A) = \frac{P(\bar{B} \cap A)}{P(\bar{B})} = 53,4\%$

2)  $P_A(\bar{B}) =$

$$\frac{P(\bar{B}) \cdot P_{\bar{B}}(A)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 53,4\%}{\frac{2}{3}}$$

3)  $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,233$  }  $= 40,05\%$   
 $P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) = 0,167$  } nicht gleich, also nicht unabhängig

-3-

Aufgabe 5:  $X$  sei der Ringkurs bzw. Verlust:

$X = x_i$	-1 €	1 €	2 €	3 €
$P(X = x_i)$	$\frac{125}{216}$	$\frac{3 \cdot 25}{216}$	$\frac{3 \cdot 5}{216}$	$\frac{1}{216}$